

ĐỀ 10

Câu 1. Trong một hộp bút gồm có 8 cây bút bi, 6 cây bút chì và 10 cây bút màu. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một cây bút từ hộp bút đó?

A. 48.

B. 60.

C. 480.

D. 24.

Giải

Áp dụng quy tắc cộng: số cách chọn ra một cây bút từ hộp bút đó là $8+6+10=24$.

Chọn D

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$. Khi đó số hạng đầu u_1 và công sai d bằng

A. $u_1 = 4$ và $d = 5$.B. $u_1 = 3$ và $d = 4$.C. $u_1 = 4$ và $d = 3$.D. $u_1 = 3$ và $d = 5$.**Giải**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_9 = 5u_2 \\ u_{13} = 2u_6 + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 - 3d = 0 \\ u_1 - 2d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}$$

Chọn B

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$ B. $(-1;0)$.C. $(-1;1)$.D. $(1;+\infty)$.**Giải****Chọn A**

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			1		$+\infty$

The graph shows the function $f(x)$ plotted against x . The function has a local maximum at $x = -1$ with a value of 1 , and a local minimum at $x = 2$ with a value of -2 . The function approaches $-\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$. Arrows indicate the path of the function: from $-\infty$ up to 1 , then down to -2 , and finally up to $+\infty$.

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -2$.B. $x = 2$.C. $x = 1$.D. $x = -1$.**Giải**

Dựa vào bảng biến thiên **chọn B**

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Giải

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$; $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 0$

Vậy hàm số có 3 cực trị.

Chọn B

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$ là

A. $y = -2$.

B. $y = 3$.

C. $x = -2$.

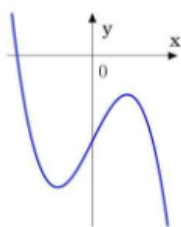
D. $x = 3$.

Giải

Ta có TCN: $y = \frac{a}{c} = 3$

Chọn B

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = -x^3 + 2x - 2$ B. $y = x^4 + 2x^2 - 2$ C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ D. $y = -x^3 + 2x + 2$.

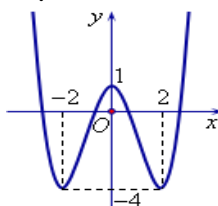
Giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hàm bậc ba nên loại câu B, C.

Mặt khác giao điểm của đồ thị với trục tung tại điểm có tung độ âm nên loại câu D.

Chọn A

Câu 8. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là:

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Giải.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hai hàm số: $y = f(x)$ và $y = -1$. Suy ra số nghiệm là 4

Chọn A

Câu 9. Cho a, b là hai số dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\ln a^b = b \ln a$ B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$ C. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$ D. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Giải.

Áp dụng công thức logarit của lũy thừa $\ln a^\alpha = \alpha \ln a$.

Chọn A

Câu 10. Cho hàm số $y = 3^{x+1}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $y'(1) = \frac{9}{\ln 3}$.

B. $y'(1) = 3 \ln 3$.

C. $y'(1) = 9 \ln 3$.

D. $y'(1) = \frac{3}{\ln 3}$.

Giải

Ta có $y' = 3^{x+1} \ln 3$ nên $y'(1) = 9 \ln 3$.

Chọn C

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^5}$ bằng

A. a^5

B. $a^{\frac{5}{2}}$

C. $a^{\frac{2}{5}}$

D. $a^{\frac{1}{10}}$

Giải

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \text{ nên } \sqrt{a^5} = a^{\frac{5}{2}}.$$

Chọn B.

Câu 12. Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1) = \frac{1}{2}$.

A. $x = 4$.

B. $x = 6$.

C. $x = 24$.

D. $x = 0$

Giải

Điều kiện $x > -1$. Có $\log_{25}(x+1) = \frac{1}{2} \Rightarrow x+1 = 5 \Leftrightarrow x = 4$. Thỏa mãn điều kiện.

Chọn A

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-4) = 2$ là

A. $x = 4$.

B. $x = 13$.

C. $x = 9$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Giải

ĐKXĐ: $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.

$$\log_3(x-4) = 2 \Leftrightarrow x-4 = 9 \Leftrightarrow x = 13 \text{ (thỏa mãn ĐKXĐ)}.$$

Chọn B

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

A. $6x + C$.

B. $\frac{x^3}{3} + x + C$.

C. $x^3 + x + C$.

D. $x^3 + C$.

Giải

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (3x^2 + 1) dx = \frac{3x^3}{3} + x + C = x^3 + x + C.$$

Chọn C

Câu 15. Biết $\int f(x) dx = e^x + \sin x + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x) = e^x - \sin x$. B. $f(x) = e^x - \cos x$. C. $f(x) = e^x + \cos x$. D. $f(x) = e^x + \sin x$

Giải

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = e^x + \sin x + C \Rightarrow f(x) = (e^x + \sin x + C)' \Rightarrow f(x) = e^x + \cos x.$$

Chọn C

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x)dx = 9; \int_2^4 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$?

A. $I = \frac{9}{4}$.

B. $I = 36$.

C. $I = 13$.

D. $I = 5$.

Giải

Ta có $\int_0^4 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx = 9 + 4 = 13$.

Chọn C

Câu 17. Tích phân $\int_0^3 (2x+1)dx$ bằng

A. 6.

B. 9.

C. 12.

D. 3.

Giải

Ta có $\int_0^3 (2x+1)dx = (x^2 + x) \Big|_0^3 = 12$

Chọn C

Câu 18. Cho $z_1 = 4 - 2i$. Hãy tìm phần ảo của số phức $z_2 = (1 - 2i)^2 + \overline{z_1}$.

A. $-6i$.

B. $-2i$.

C. -2 .

D. -6 .

Giải

Ta có $z_2 = (1 - 2i)^2 + \overline{z_1} = -3 - 4i + 4 + 2i = 1 - 2i$.

Vậy phần ảo của số phức z_2 là -2 .

Chọn C

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

A. $z = 11$.

B. $z = 3 + 6i$.

C. $z = -1 - 10i$.

D. $z = -3 - 6i$.

Giải

$z = z_1 - z_2 = (4 - 3i) - (7 + 3i) = (4 - 7) + (-3i - 3i) = -3 - 6i$.

Chọn D

Câu 20. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có phần thực khác 0. Biết số phức $w = iz^2 + 2\overline{z}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0;1)$.

B. $N(2;-1)$.

C. $P(1;3)$.

D. $Q(1;1)$.

Giải

Ta có $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}; x \neq 0$)

Mặt khác $w = iz^2 + 2\overline{z} = i(x + yi)^2 + 2(x - yi) = 2(x - xy) + (x^2 - y^2 - 2y)i$.

Vì w là số thuần ảo nên $x - xy = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)} \\ y - 1 = 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện)} \end{cases}$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $y - 1 = 0$ (trừ điểm $M(0;1)$),

do đó đường thẳng này đi qua điểm $Q(1;1)$.

Chọn D

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=5$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 10.

B. 15.

C. 30.

D. 11.

Giải

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.5.6 = 10$.

Chọn A

Câu 22. Tính thể tích khối hộp chữ nhật có các kích thước $a, 2a, 3a$.

A. $2a^3$.

B. a^3 .

C. $3a^3$.

D. $6a^3$.

Giải

Ta có $V = a.2a.3a = 6a^3$.

Chọn D

Câu 23. Cho hình trụ có độ dài đường sinh $= 4$, bán kính đáy $= 3$. Diện xung quanh của hình trụ bằng

A. 36π .

B. 12π .

C. 48π .

D. 24π .

Giải

Diện xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.3.4 = 24\pi$.

Chọn D

Câu 24: Cho khối nón có chiều cao h , bán kính đáy r . Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{h\pi r^2}{3}$.

B. $2h\pi r^2$.

C. $h\pi r^2$.

D. $\frac{4h\pi r^2}{3}$.

Giải

Theo lý thuyết, thể tích khối nón là $V = \frac{h\pi r^2}{3}$

Chọn A.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = -1$. B. $(x+1)+(y+3)+(z-3)=0$. C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0$. D. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Giải

Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là mặt phẳng đoạn chắn và có phương trình là

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Chọn D

Câu 26: Thể tích của khối cầu (S) có bán kính $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$ bằng

A. $4\sqrt{3}\pi$.

B. π .

C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$.

Giải

Ta có: thể tích khối cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}\pi}{2}$.

Chọn D

Câu 27. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $Q(2; -1; -5)$

B. $P(0; 0; -5)$

C. $N(-5; 0; 0)$

D. $M(1; 1; 6)$

Giải

Đặt $f(x; y; z) = x - 2y + z - 5$.

Ta có

$$f(2; -1; 5) = 2 - 2(-1) + 5 - 5 \neq 0 \text{ nên điểm } Q \text{ không thuộc mặt phẳng } (P).$$

$$f(0; 0; -5) \neq 0 \text{ nên điểm } P(0; 0; -5) \text{ không thuộc mặt phẳng } (P).$$

$$f(-5; 0; 0) \neq 0 \text{ nên điểm } N(-5; 0; 0) \text{ không thuộc mặt phẳng } (P).$$

$$f(1; 1; 6) = 0 \text{ nên điểm } M(1; 1; 6) \text{ nằm trên mặt phẳng } (P).$$

Chọn D

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $2x + y - z - 1 = 0$ và

(Q): $x - 2y + z - 5 = 0$. Khi đó giao tuyến của (P) và (Q) có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u} = (1; 3; 5)$

B. $\vec{u} = (-1; 3; -5)$

C. $\vec{u} = (2; 1; -1)$

D. $\vec{u} = (1; -2; 1)$

Giải

Cách 1: Giao tuyến của (P) và (Q) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y - z - 1 = 0 \\ x - 2y + z - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = z + 1 \\ x - 2y = -z + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2(z+1) + (-z+5)}{5} = \frac{z+7}{5} \\ y = \frac{(z+1) - 2(-z+5)}{5} = \frac{3z-9}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x-2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{5}$$

Chọn A

Cách 2: $\vec{u_d} = [\vec{u_p}, \vec{u_Q}] = (1; 3; 5)$

Câu 29. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau lập từ $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S. Xác suất để tích hai số chọn được là một số chẵn

A. $\frac{41}{42}$.

B. $\frac{1}{42}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Giải

Gọi $\overline{ab}$ là số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập từ các số đã cho, $a \neq 0$

Có 6 cách chọn a và 6 cách chọn b $\Rightarrow$ Số các số có hai chữ số khác nhau tạo được là $6.6 = 36$ số

$\Rightarrow S$ có 36 phần tử.

Số cách lấy ngẫu nhiên 2 số từ tập $S : C_{36}^2 = 630$ cách $\Rightarrow n(\Omega) = C_{36}^2 = 630$

Gọi biến cố A : “Tích hai số được chọn là một số chẵn”

Suy ra $\bar{A}$: “Tích hai số được chọn là một số lẻ”. Gọi S_1 là tập hợp các số tự nhiên lẻ gồm 2 chữ số khác nhau lập từ $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Số phần tử của S_1 là 3.5 = 15 (do b có 3 cách chọn, a có 5 cách chọn)

Suy ra $n(\bar{A}) = C_{15}^2 = 105$. Khi đó $P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{105}{630} = \frac{1}{6}$

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

Chọn D.

Câu 30. Đồ thị sau đây là của hàm số nào ?

A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$

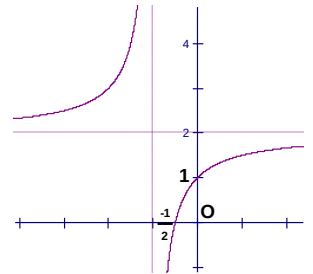
C. $y = \frac{x+2}{x+1}$

D. $y = \frac{x+3}{1-x}$

Giải

Tiệm cận đứng: $x = -1$, tiệm cận ngang: $y = 2$, do đó ta chọn

$y = \frac{2x+1}{x+1}$. Chọn **A.**



Câu 31. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = -x^4 + 2x^2 - 3$ trên đoạn $[-2; 0]$ là

A. $\max_{[-2;0]} f(x) = -2$ tại $x = -1$; $\min_{[-2;0]} f(x) = -11$ tại $x = -2$.

B. $\max_{[-2;0]} f(x) = -2$ tại $x = -2$; $\min_{[-2;0]} f(x) = -11$ tại $x = -1$.

C. $\max_{[-2;0]} f(x) = -2$ tại $x = -1$; $\min_{[-2;0]} f(x) = -3$ tại $x = 0$.

D. $\max_{[-2;0]} f(x) = -3$ tại $x = 0$; $\min_{[-2;0]} f(x) = -11$ tại $x = -2$.

Giải

Ta có $y' = -4x^3 + 4x$, $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x = 0$, $x = 1$, $x = -1$

$y(0) = -3$, $y(1) = -2$, $y(-1) = -2$, $y(-2) = -11$.

Chọn A

Câu 32. Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

A. $x > \frac{3}{2}$

B. $x < \frac{2}{3}$

C. $x > -\frac{2}{3}$

D. $x > \frac{2}{3}$

Giải

$$3^{2x+1} > 3^{3-x} \Leftrightarrow 2x+1 > 3-x \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$$

Chọn A

Câu 33. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 8$ thì $\int_1^3 \left[\frac{1}{2} f(x) + 1 \right] dx$ bằng

A. 18.

B. 6.

C. 2.

D. 8.

Giải

$$\int_1^3 \left[\frac{1}{2} f(x) + 1 \right] dx = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 1 dx = \frac{1}{2} \cdot 8 + 2 = 6.$$

Chọn B

Câu 34. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 3 + 3i$.

B. $z = 3 + 2i$.

C. $z = 2 - 2i$.

D. $z = 3 - 2i$.

Giải

Ta có $z = z_1 + z_2 = (2 - 3i) + (1 + i) = (2 + 1) + (-3 + 1)i = 3 - 2i$.

Chọn D

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Giải

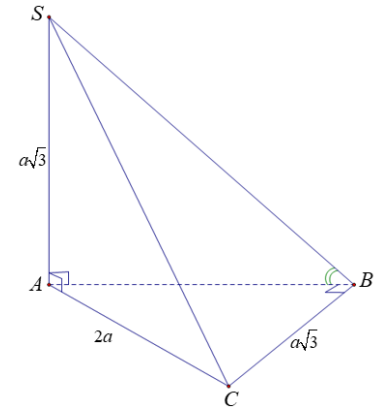
+ Ta có: $(SB, (ABC)) = (SB, BA) = SBA = \varphi$ (Vì AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng (ABC))

+ Tính: $\tan \varphi = \frac{SA}{AB}$.

+ Tính: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = \sqrt{a^2} = a$.

Suy ra: $\tan \varphi = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Chọn C



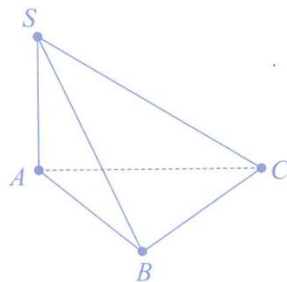
Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 90° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .



Giải :

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC) . Do đó

$(SC, (ABC)) = (SC, AC) = SCA$. Tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$

nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$. Do đó tam giác SAC vuông cân tại A nên $SCA = 45^\circ$.

Vậy $(SC, (ABC)) = 45^\circ$.

Chọn B.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của mặt cầu bằng

A. 3.

B. 9.

C. $\sqrt{15}$.

D. $\sqrt{7}$.

Giải

Ta có $R^2 = 9$ nên $R = 3$.

Chọn A.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(5;2;-3)$. Đường thẳng AB có phương trình

A. $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$

Giải

+ Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -4)$

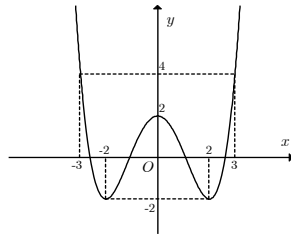
+ Đường thẳng AB có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (3; -1; -4)$ và đi qua điểm

$A(2;3;1)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$

Chọn D

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-2; 3]$ bằng:



A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Giải

Nhận thấy trên đoạn $[-2; 3]$ đồ thị hàm số có điểm cao nhất có tọa độ $(3; 4)$.

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-2; 3]$ bằng 4.

Chọn C.

Câu 40. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình $8^x \cdot 2^{1-x^2} > \sqrt{2}^{2x}$?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Giải

$$\text{Bất phương trình } 8^x \cdot 2^{1-x^2} > \sqrt{2}^{2x} \Leftrightarrow 2^{3x} \cdot 2^{1-x^2} > 2^x \Leftrightarrow 2^{3x+1-x^2} > 2^x$$

$$\Leftrightarrow 3x + 1 - x^2 > x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = 1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}$.

Suy ra các giá trị nguyên dương thuộc S là 1; 2.

Chọn A.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$

với $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Tính $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $-\frac{9}{2}$.

Giải

$$\text{Đặt } I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx. \text{ Với } x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right], f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x \Leftrightarrow \frac{f(x)}{x} + 2\frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x} = 3.$$

$$\Rightarrow \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx + 2 \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x} dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 3 dx \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \frac{1}{x} \Rightarrow dt = -\frac{1}{x^2} dx \Rightarrow -\frac{1}{t} dt = \frac{1}{x} dx. \text{ Khi đó } 2 \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x} dx = 2 \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(t)}{t} dt = 2I.$$

$$(1) \Rightarrow 3I = \int_{\frac{1}{2}}^2 3 dx \Rightarrow I = \frac{3}{2}.$$

Chọn A

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \left|1 + \frac{5i}{z}\right|$

A. 5

B. 4

C. 6

D. 8

Giải

Cách 1: Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$

$$|z| = 1 \text{ suy ra } x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 1. \text{ Ta có } A = \left|1 + \frac{5i}{z}\right| = \left|1 + \frac{5i}{x + yi}\right|$$

$$= \left|1 + \frac{5i(x - yi)}{x^2 + y^2}\right| = |1 + 5ix - 5yi^2| = |1 + 5y + 5xi| \Leftrightarrow A^2 = 25x^2 + (5y + 1)^2 = 25 + 10y + 1 \leq 36, (\text{do } y \leq 1)$$

Dấu bằng xảy ra khi $y = 1; x = 0$. Max $A = 6$.

Chọn C

Cách 2: Ta có: $A = \left|1 + \frac{5i}{z}\right| \leq |1| + \left|\frac{5i}{z}\right| = 1 + \frac{5}{|z|} = 6$. Khi $z = i \Rightarrow A = 6$.

Chọn C

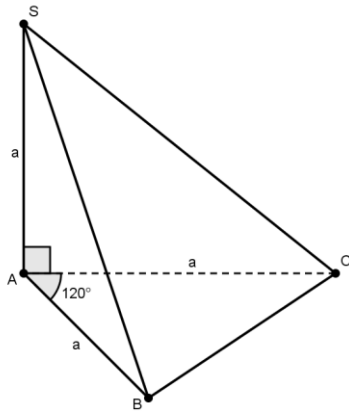
Câu 43. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC cân tại A , $BAC = 120^\circ$, $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

**Giải**

Tam giác ABC cân tại A nên $AC = AB = a$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

Chọn A

Câu 44. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5(s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²).

Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $S = 87,50$ (m). B. $S = 94,00$ (m). C. $S = 95,70$ (m). D. $S = 96,25$ (m).

Giải

Vận tốc ô tô tại thời điểm bắt đầu phanh là: $v_1(5) = 35$ (m/s).

Vận tốc của chuyển động sau khi phanh là: $v_2(t) = -70t + C$. Do $v_2(0) = 35 \Rightarrow C = 35 \Rightarrow v_2(t) = -70t + 35$.

Khi xe dừng hẳn tức là $v_2(t) = 0 \Rightarrow -70t + 35 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$.

Quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là:

$$S(m) = \int_0^5 7t \cdot dt + \int_0^{\frac{1}{2}} (-70t + 35) dt = 96,25(m).$$

Chọn D.

Câu 45. Trong không gian Oxyz, phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$

và đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y - z = 0$ là

- A. $x + 2y - 1 = 0$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $x - 2y - 1 = 0$. D. $x + 2y + z = 0$.

Giải

Ta có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$, véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (2; 1; -1)$

Ta có điểm $A = (1; 0; -1) \in d \Rightarrow A = (1; 0; -1) \in (P)$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; -1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(Q)}] = (-4; 8; 0)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): -4(x-1) + 8(y-0) + 0(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 1 = 0$.

Chọn C

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f(x)$		5	1	3	-2	10

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(\cos x)$

A. 5.

B. 3.

C. 10.

D. 1.

Giải

Đặt $t = \cos x \Rightarrow -1 \leq t \leq 1 \Rightarrow y = f(t)$ có giá trị lớn nhất bằng 5 trên $[-1; 1]$

(suy ra từ bảng biến thiên).

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(\cos x)$ bằng 5.

Chọn A

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{\sin x} + 2^{1+\sin x} - m = 0$ có nghiệm.

A. $\frac{5}{4} \leq m \leq 8$

B. $\frac{5}{4} \leq m \leq 9$

C. $\frac{5}{4} \leq m \leq 7$

D. $\frac{5}{3} \leq m \leq 8$

Giải

Đặt $t = 2^{\sin x}$, Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 2^{-1} \leq 2^{\sin x} \leq 2^1 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq t \leq 2$

Phương trình trở thành $t^2 + 2t = m$.

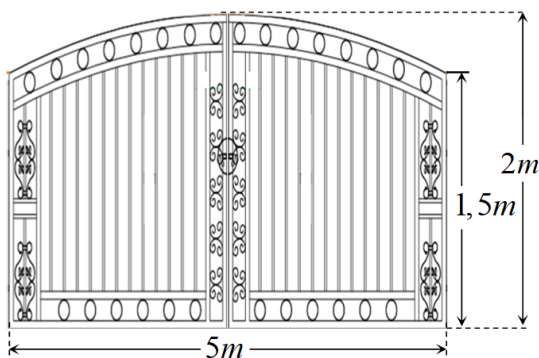
Xét hàm $f(t) = t^2 + 2t$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$, ta có $f'(t) = 2t + 2 > 0, \forall t \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Khi đó $\min_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}, \max_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} f(t) = f(2) = 8$

Do đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\min_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} f(t) \leq m \leq \max_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} f(t) \Leftrightarrow \frac{5}{4} \leq m \leq 8$.

Chọn A.

Câu 48. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1m^2$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng phần nghìn).



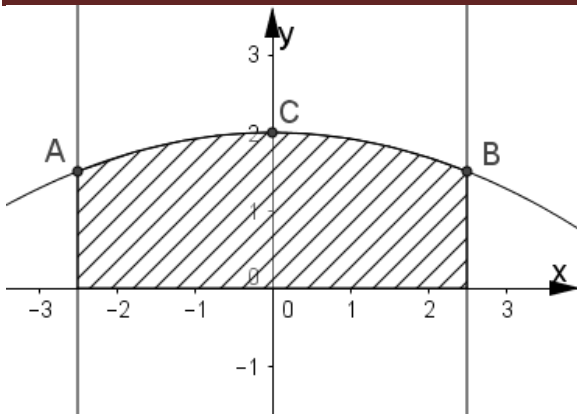
A. 6.520.000 đồng.

B. 6.320.000 đồng.

C. 6.417.000 đồng.

D. 6.620.000 đồng.

Giải



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Trong đó $A\left(-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right), B\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right), C(0; 2)$

Giả sử đường cong trên là một Parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$, với $a; b; c \in \mathbb{R}$.

Do Parabol đi qua các điểm $A\left(-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right), B\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right), C(0; 2)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a(-2,5)^2 + b(-2,5) + c = 1,5 \\ a(-2,5)^2 + b(2,5) + c = 1,5 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{25} \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases}.$$

Khi đó phương trình Parabol là $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$. Diện tích S của cửa rào sắt là diện tích

phần hình phẳng giới bởi đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = -2,5, x = 2,5. \text{ Ta có } S = \int_{-2,5}^{2,5} \left(-\frac{2}{25}x^2 + 2\right) dx = \frac{55}{6}.$$

Số tiền để làm cửa sắt là $S \cdot (700.000) = \frac{55}{6} \cdot 700000 \approx 6.417.000$ (đ).

Chọn C.

Câu 49. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính môđun của số phức $z + i$.

A. $|z + i| = \sqrt{61}$

B. $|z + i| = 3\sqrt{5}$

C. $|z + i| = 5\sqrt{2}$

D. $|z + i| = \sqrt{41}$

Giải

Gọi $z = x + yi, (x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R})$. Ta có: $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$

Suy ra tập hợp các điểm $M(x; y)$ là đường tròn (C) tâm $I(3; 4)$, bk $R = \sqrt{5}$.

Mặt khác:

$$M = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - [(x^2) + (y - 1)^2] = 4x + 2y + 3$$

$$\Leftrightarrow 4x + 2y + 3 - M = 0, (d)$$

Do số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện nên (d) và (C) có điểm chung

$$\Leftrightarrow d(I; d) \leq R \Leftrightarrow \frac{|23 - M|}{2\sqrt{5}} \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow |23 - M| \leq 10 \Leftrightarrow 13 \leq M \leq 33$$

$$\Rightarrow M_{\max} = 33 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y - 30 = 0 \\ (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow z + i = 5 + 6i \Rightarrow |z + i| = \sqrt{61}.$$

Chọn A

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r . Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa mãn yêu cầu.

A. $r = \sqrt{3}$.

B. $r = \sqrt{2}$.

C. $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

D. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Giải

* Gọi I là tâm của mặt cầu (S) . Do $I \in Ox$ nên ta có $I(a; 0; 0)$.

* Do (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính 2 nên ta có:

$$4 = R^2 - [d(I; (P))]^2 \Leftrightarrow 4 = R^2 - \frac{(a+1)^2}{6} \Rightarrow R^2 = 4 + \frac{(a+1)^2}{6} \quad (1)$$

* Do (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r nên ta có:

$$r^2 = R^2 - [d(I; (Q))]^2 \Leftrightarrow r^2 = R^2 - \frac{(2a-1)^2}{6} \quad (2)$$

* Từ (1) và (2) ta có:

$$r^2 = 4 + \frac{(a+1)^2}{6} - \frac{(2a-1)^2}{6} \Leftrightarrow -3a^2 + 6a + 24 - 6r^2 = 0 \Leftrightarrow -a^2 + 2a + 8 - 2r^2 = 0 \quad (3)$$

* Để có duy nhất một mặt cầu (S) thỏa đề bài là phương trình (3) có duy nhất một nghiệm a

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow -2r^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r = \frac{3}{\sqrt{2}}, \text{ (nhận)} \\ r = -\frac{3}{\sqrt{2}}, \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Chọn D.